

Fuzzy linearizácia nelineárnej dynamickej sústavy

Fuzzy Linearization of a Nonlinear Dynamic

Daniela Perduková¹, Pavol Fedor²

¹daniela.perdukova@tuke.sk, ²pavol.fedor@tuke.sk

^{1,2}Katedra elektrotechniky a mechatroniky, Fakulta elektrotechniky a informatiky, Technická univerzita v Košiciach, Letná 9, Košice, Slovenská Republika

Abstrakt— Predložený príspevok sa zaoberá metódikou získavania jednoduchého fuzzy modelu nelineárnej dynamickej sústavy, o ktorej máme len externé informácie (t.j. namerané závislosti medzi vstupmi a výstupmi) a ukazuje jednu z možností jeho využitia pre účely riadenia. Uvádzaná metódika je vysvetlená na jednoduchších príkladoch a v závere sú uvedené výsledky jej aplikácie pre riadenie pohonu s asynchrónnym motorom.

Kľúčové slová— fuzzy modelovanie, fuzzy riadenie, linearizácia, asynchrónny motor

Abstract— The paper deals with the method of obtaining a simple fuzzy model of a nonlinear dynamic system for which only external information is available (i.e. the measured dependencies between the inputs and outputs) and it demonstrates one of the possibilities of its application for purpose of control. The method is first explained by means of simple examples, followed by the presentation of results of its application in the control of a drive with asynchronous motor.

Keywords— fuzzy modeling, fuzzy control, linearization, asynchronous motor

I. ÚVOD

Fuzzy prístup k popisu a riadeniu dynamických sústav znamená v poslednom období značný rozvoj. Filozofia popisu sústav na základe ich kvalitatívnych vlastností umožňuje nachádzať pomerne jednoduché a prakticky použiteľné modely aj zložitých nelineárnych sústav, pravda za cenu určitej nepresnosti v ich popise [1, 2]. Problémom je získavanie popisu týchto kvalitatívnych vlastností na základe experimentálnych údajov, ktoré vedie pri apriórnej neznalosti parametrov a štruktúry popisovanej sústavy obvykle k nekonzistentnej databáze údajov, problémom pokrytia celého možného priestoru vstupov fuzzy systému a pod. [3]. Takto získaný fuzzy model je potom veľmi často prakticky nepoužiteľný, aj keď pri inej voľbe získavania údajov, resp. pri vhodnom výbere tých „pravých“ údajov z databázy je možné zostaviť model takéhoto neznámeho nelineárneho systému [4].

Článok popisuje metódu získania zjednodušeného modelu nelineárnej dynamickej sústavy a jeho využitie pre jej fuzzy linearizáciu, ktorá následne umožňuje navrhnúť jej riadenie pomocou štandardných metód pre lineárne systémy.

II. POPIS PROBLÉMU

Predpokladajme, že hľadáme zjednodušený fuzzy popis nelineárnej dynamickej sústavy s jedným vstupom u a jedným výstupom y , ktorej popis je v tvare

$$\begin{aligned}\dot{x} &= H(u_m, x) \\ y &= x_1 \\ H &= [h_1, h_2, \dots, h_n]^T\end{aligned}\quad (1)$$

kde funkcia $H = [h_1, h_2, \dots, h_n]^T$ je neznáma nelineárna spojité funkcia, x je stavový vektor a n je rád sústavy. Predpokladajme, že sledovanou a meranou výstupnou veličinou sústavy je prvá stavová veličina, teda $y = x_1$. Túto sústavu chceme nahraďiť zjednodušenou dynamickou sústavou 1. rádu v tvare

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(u_m, x) \\ y &= x_1\end{aligned}\quad (2)$$

v ktorej $f(u_m, x)$ je neznáma nelineárna funkcia, získaná vhodným meraním na sústave (1). Kritérium pre náhradu je čo najlepšia podobnosť dynamických odoziev systémov (1) a (2) pre totožné vstupné veličiny u .

Ďalej hľadáme funkciu $g(u, x)$ takú, ktorá vyhovuje nasledujúcej podmienke:

$$\dot{y} = f(g(u, x), x) = K \cdot u \quad (3)$$

Týmto postupom získame z nelineárneho systému (1) „približne“ lineárny systém, ktorého dynamiku (deriváciu) výstupnej veličiny $y = x$ vieme priamo riadiť vstupom u . Názočne ukazuje tento postup obr.1.

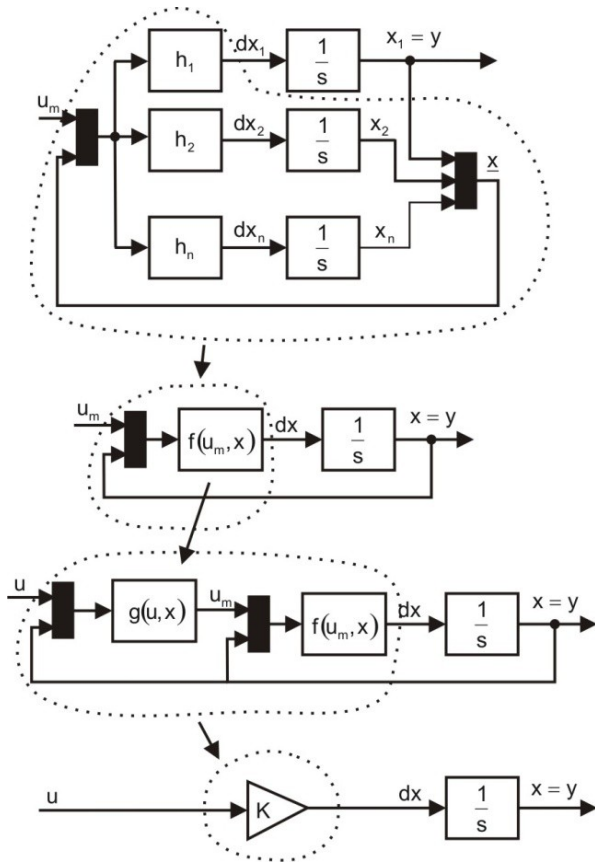
Príklad 1: Uvažujme jednoduchý nelineárny dynamický systém 1. rádu v tvare

$$\dot{x} = u_m - \sin(x) \quad (4)$$

V tomto prípade je zrejmé, že $H = f = (u_m - \sin(x))$. Pri voľbe funkcie g v tvare $g = (K u + \sin(x))$ platí

$$\begin{aligned}\dot{x} &= g(u, x) - \sin(x) \\ &= K \cdot u + \sin(x) - \sin(x) \\ &= K \cdot u\end{aligned}\quad (5)$$

čo zrejme vyhovuje presne podmienke (3). V tomto jednoduchom prípade sa jedná o linearizáciu systému 1. rádu, uvedený problém je riešiteľný analyticky a linearizácia je úplná.



Obr. 1. Postup fuzzy linearizácie nelineárneho systému s jedným vstupom a jedným výstupom

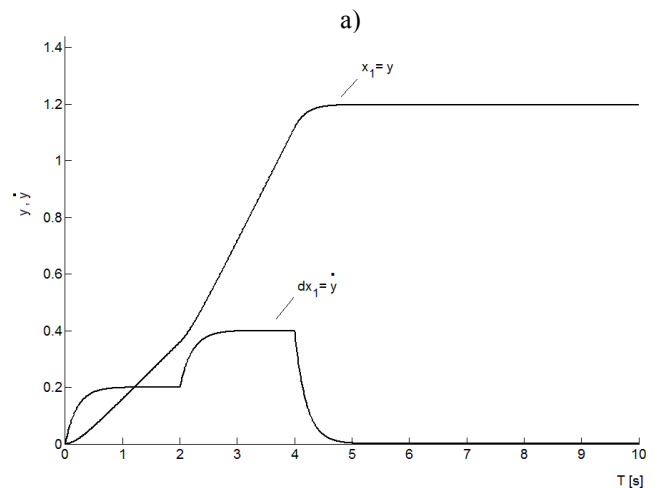
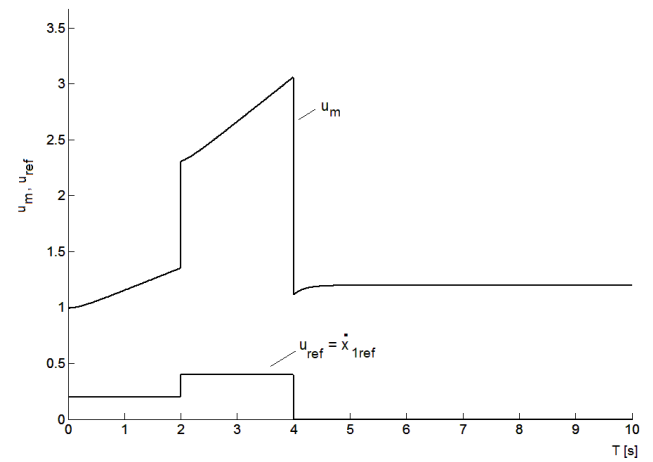
Príklad 2: Uvažujme systém 2. rádu v tvare

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - 5 \sin(x_2) + u_m \end{aligned} \quad (6)$$

V tomto prípade vstup u_m nepôsobí na 1. deriváciu výstupu y priamo, ale cez podsystem stavovej veličiny x_2 , preto realizovať úplnú linearizáciu systému (6) pomocou systému (3) nie je možné. Ak zanedbáme dynamiku podsystemu stavovej veličiny x_2 , t.j. budeme predpokladať $\dot{x}_2=0$, potom tento systém (predpokladajme pre jednoduchosť $K=1$) bude približne linearizovať napr. funkcia $g=(x_1+5\sin(u))$, ako to ukazujú dynamické odozvy systému (6) na obr.2

Algoritmus celého postupu môžeme zhrnúť do nasledujúcich krokov:

- Z vhodne nameranej databázy vstupov a výstupov systému (1) určiť náhradnú funkciu f pre celý priestor vstupov a výstupov
- Z predpísanej žiadanej rovnice (3) a funkcie f určiť funkciu g , ktorá pokrýva celý pracovný priestor výstupu systému a jeho derivácie



Obr. 2. Odozvy linearizovaného systému (6) pre žiadané skoky dx_1
a) – funkcia $g = (x_1 + 5\sin(u))$
b) – výstup sústavy y a jeho derivácia

III. METODIKA URČENIA FUNKCIÍ $f(u_m, x)$ Z NAMERANEJ DATABÁZY

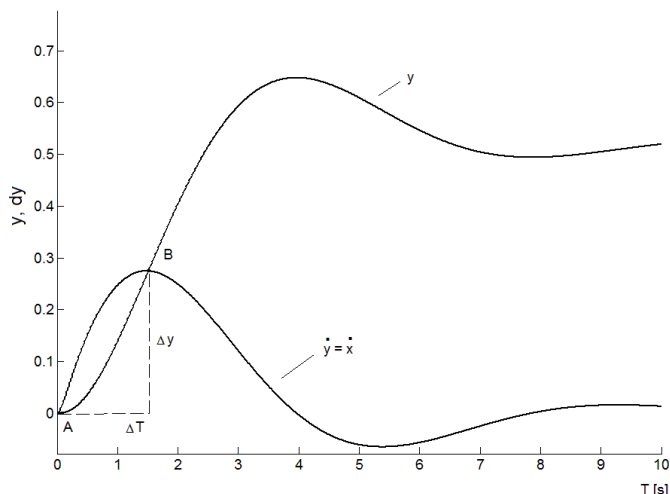
Základným predpokladom pre nasledujúcu identifikáciu sústavy (1) je, že je stabilná a pri konštantnom vstupe u_m sa jej výstup ustáli po doznení prechodových dejov na konštantnej hodnote y . To znamená, že z jedného nameraného prechodu sústavy (1) z ustáleného stavu A do iného ustáleného stavu B pri konštantnom vstupe u_m vieme určiť jednu reláciu medzi príslušnou trojicou hodnôt $[u_m, y, dx]$, čiže jeden bod funkcie f . Databáza nameraných údajov pre identifikáciu funkcie f by mala pokrývať celý pracovný priestor dvojíc $[u_m, y]$, čiže je potrebné namerať potrebné prechody medzi ustálenými stavmi v tomto priestore. Ak rozdelíme vstupný priestor u_m a tým aj priestor zodpovedajúcich ustálených výstupov (1) na n častí, potom počet potrebných nameraných odoziev bude rovný počtu variácií 2. triedy z n prvkov

$$V_2(n) = \frac{n!}{(n-2)!} \quad (7)$$

Poznamenajme, že zatiaľ čo os vstupnej veličiny u_m môžeme rozdeliť rovnomerne v celom rozsahu, os výstupnej veliči-

ny y sa rozdelí vo všeobecnosti nerovnomerne podľa konkrétnej sústavy (1).

Pretože systémy vyššieho rádu (1) obvykle aproximujeme systémom (2), ktorý je 1. rádu, je potrebné ešte pre každú jednotlivú nameranú odozvu určiť čo najlepšie jej zodpovedajúcu hodnotu dx . Jeden z možných vhodných postupov je ukázaný na obr.3, kde sa začiatok prechodu sústavy (1) z ustáleného bodu A nahradzuje takým konštantným zrýchlením $dx = \Delta y / \Delta T$, ktoré zodpovedá prechodu sústavy (2) do bodu B. Bod B sa volí ako prvý extrém priebehu dx po začiatku prechodu.



Obr. 3. Určenie náhradného zrýchlenia sústavy na začiatku prechodu do nového ustáleného stavu

Príklad 3: Uvažujme systém s rovnicami

$$\dot{x}_1 = x_2$$

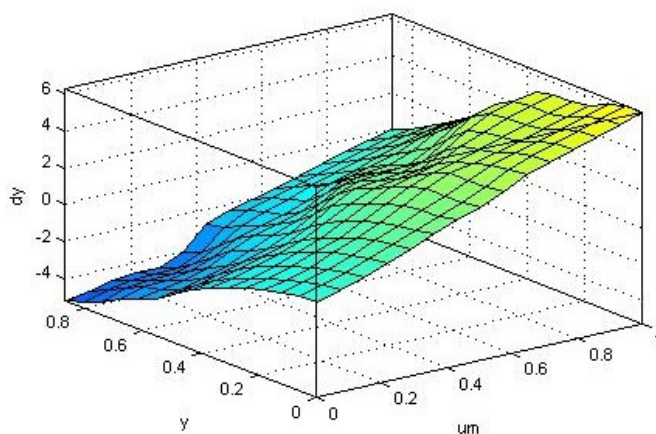
$$\dot{x}_2 = -(22 + 15 \sin(-3.5x_1))x_2 - (40 + 60x_1)x_1 \quad (8)$$

Rozdelíme vstupný priestor u_m na 6 úrovní s hodnotami [0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1]. V tomto prípade je potrebné na merat' 30 prechodov medzi ustálenými stavmi a z nich určiť identifikačné body pre funkciu f , ktoré slúžia ako vrcholy pre jej fuzzy popis podľa nasledujúcej tabuľky (tab.1)

TABUĽKA 1 IDENTIFIKOVANÉ BODY FUNKCIE f

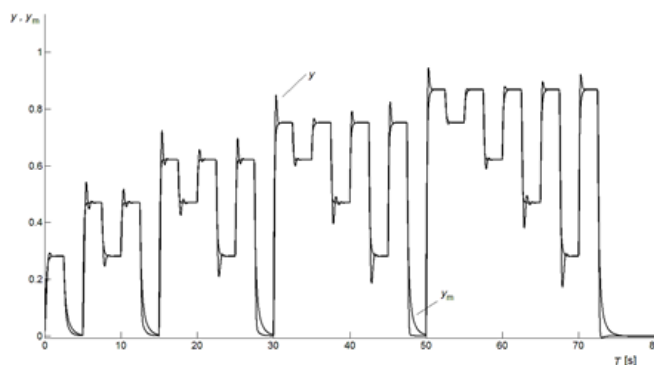
i	$u_m(k)$	$y(k)$	$dy(k)$
1	0	0.281	-0.9664
2	0.4	0	2.4947
3	0.2	0.469	-1.5408
4	0.4	0.281	1.564
5	0	0.469	-2.3087
6	0.6	0	3.9049
7	0.4	0.621	-1.4459
8	0.6	0.469	1.4682
9	0.2	0.621	-2.9226
10	0.6	0.281	3.0477
11	0	0.621	-3.6028
12	0.8	0	5.1517

Uvedená tabuľka slúži ako priamy podklad pre zostavenie fuzzy popisu (modelu) funkcie f , ktorý je uvedený na obr.4.



Obr. 4. Fuzzy model identifikovanej funkcie f

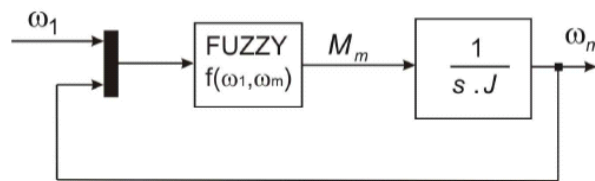
Porovnanie odoziev pôvodného systému a jeho fuzzy náhrady podľa (1) na identifikované prechody je na obr.5.



Obr. 5. Porovnanie dynamickej sústavy a jej fuzzy náhrady podľa príkladu 3

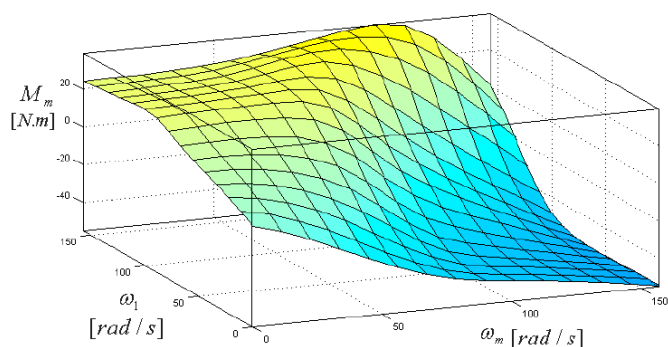
IV. EXPERIMENTÁLNE VÝSLEDKY

Uvedená metodika bola použitá na získanie fuzzy modelu pohonu s asynchrónnym motorom [5], [6] s parametrami podľa prílohy. Štruktúra tohto modelu je na obr.6.



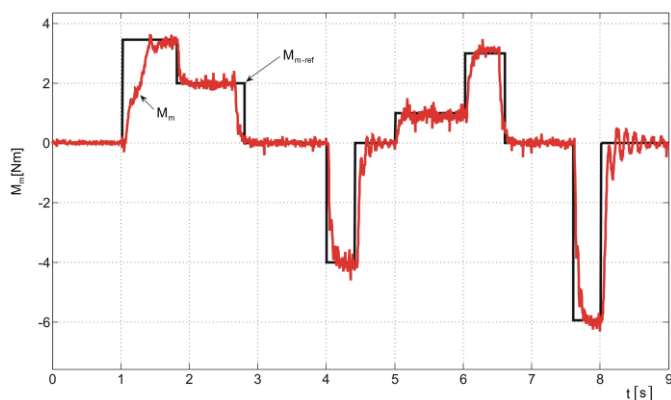
Obr. 6. Štruktúra fuzzy modelu pohonu s asynchrónnym motorom

Funkcia f bola v tomto prípade tvorená fuzzy systémom typu Sugeno so siedmimi pravidlami, ktorého charakteristická plocha je na obr.7.



Obr. 7. Charakteristická plocha fuzzy náhrady asynchronného motora

Tento model bol využitý pre riadenie žiadaného momentu asynchronného motora. Typické namerané regulačné odozvy momentu sú na obr.8. Podrobnejšie sú výsledky uvedené v práci [7].



Obr. 8. Porovnanie nameraných odoziev momentu so žiadanými hodnotami

V. ZÁVER

V článku je uvedený metodický postup získavania fuzzy modelu nelineárnej sústavy z nameraných údajov bez potreby poznať jej vnútornú štruktúru a parametre. Ukazuje sa, že tento postup je úplne algoritimizovateľný a získaný fuzzy model je možné použiť aj pre pomerne kvalitné riadenie zložitých nelineárnych systémov, akým je napr. aj pohon s asynchronným motorom.

PODAKOVANIE

Táto práca bola podporovaná Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe Zmluvy č. APVV-16-0206.

POUŽITÁ LITERATÚRA

- [1] R. Babuška, *Fuzzy Modeling for Control*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1998.
- [2] M. Setnes, R. Babuška and H. B. Verbruggen, "Complexity reduction in fuzzy modeling", *IMACS Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 46, pp. 507-516, 1998.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control", *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 15, pp. 116-13, 1985.
- [4] J. Abonyi, R. Babuska and F. Szeifert, "Fuzzy modeling with multivariate membership functions: gray-box identification and control design", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B* Vol. 31, No. 5, pp. 755-767, 2001.
- [5] J. Vittek, "New trends in electrical drives", *Electrical engineering in practice*. Vol. 13, pp. 8-11, 2003.

- [6] S. J. Dodds and J. Vittek, "Robust Position Control with Induction Motor. Power Electronics and Motion Control" (V. Fedák, J. Fetyko, J. Dudrik, J. Fedor, eds.), Viena Publishing House, Košice, pp. 6.36-6.40, 2000.
- [7] P. Macko, Fuzzy modelovanie a riadenie mechatronických sústav. Disertation work, TU Kosice, Kosice, 2014.

PRÍLOHA

The asynchronous motor was simulated according to the following differential equations:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{1x} \\ i_{1y} \\ \Psi_{2x} \\ \Psi_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_0 & \omega_1 & -K_{12}\omega_g & -K_{12}\omega_m n_p \\ -\omega_1 & -\omega_0 & K_{12}\omega_m n_p & -K_{12}\omega_g \\ M\omega_g & 0 & -\omega_g & \omega_2 \\ 0 & M\omega_g & -\omega_2 & -\omega_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{1x} \\ i_{1y} \\ \Psi_{2x} \\ \Psi_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & 0 \\ 0 & K_{11} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix}$$

$$n_p \frac{M}{L_2} (\Psi_{2x} i_{1y} - \Psi_{2y} i_{1x}) - m_z = J \frac{d\omega_m}{dt}$$

AC drive parameters:

$$P_N = 15 \text{ kW} \quad U_{1N} = 220 \text{ V} \quad I_{1N} = 29.5 \text{ A} \quad n_N = 1450 \text{ rev/min} \\ M_N = 98.8 \text{ Nm} \quad J = 0.11 \text{ kgm}^2 \quad M = 0.064 \text{ H} \quad R_1 = 0.178 \Omega \\ R_2 = 0.36 \Omega \quad K_{11} = 277.08 \text{ H}^{-1} \quad K_{12} = -269 \text{ H}^{-1}$$

Stator phase resistance: $r_1 = 0.267 \Omega$

Rotor phase resistance $r_2 = 0.54 \Omega$

Main inductance $L_h = 96 \text{ mH}$

Leakage inductance $L_{S1} = L_{S2} = 2.75 \text{ mH}$

Slip angular speed $\omega_2 = \omega_1 - \omega_g$

$$\omega_0 = K_{11} (R_1 + (M^2/L_2) \cdot \omega_g) = 143.33 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_g = 5.46 \text{ s}^{-1}$$

Mechanical angular speed of the motor: ω_m

Angular frequency of the stator voltage: ω_1

Number of pole pairs: $n_p = 2$

D. Perduková získala titul inžiniera v odbore Technická kybernetika na Technickej univerzite v Košiciach v roku 1984. Vedeckú aspirantúru ukončila v roku 1995. V súčasnosti pracuje Od roku 2011 pracuje ako profesorka na Katedre elektrotechniky a mechatroniky TU Košice.

Jej výskumná činnosť je zameraná na vývoj nových riadiacich štruktúr a aplikácie moderných metód riadenia v oblasti elektrických pohonov, na oblasť logického programovania a vizualizáciu technologických procesov.

P. Fedor získal titul inžiniera v odbore Technická kybernetika na Technickej univerzite v Košiciach v roku 1980 a titul Kandidáta vied v roku 1986 na tej istej univerzite. V súčasnosti pracuje ako profesor na Katedre elektrotechniky a mechatroniky TU Košice.

Mnoho praktických skúseností získal pri konkrétnom zavádzaní riadiacich systémov v priemysle. V teoretickej oblasti sú jeho výskumné aktivity zamerané na vývoj nových riadiacich štruktúr a aplikácie moderných metód riadenia v oblasti elektrických pohonov a mnohorozmerných systémov a na oblasť logického riadenia technologických procesov.